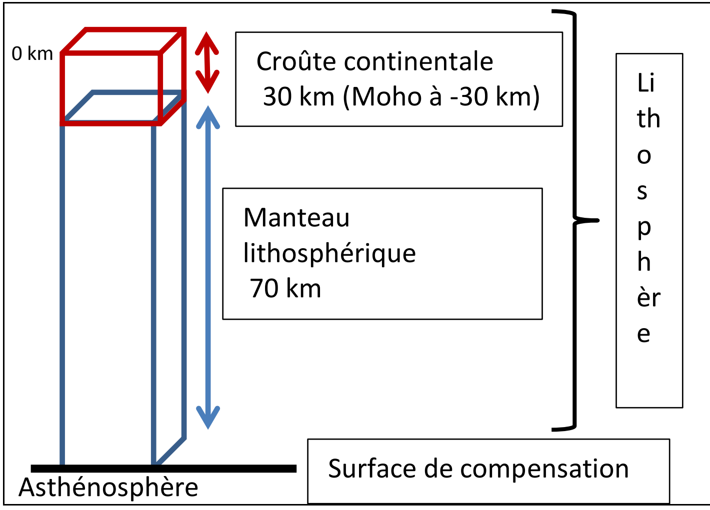
<u>Vérification par des calculs simples du modèle de Airy. (Chap.I Isostasie)</u>

Selon ce modèle, l'excès de masse en surface au niveau des reliefs est compensé en profondeur par un déficit de masse lié à la présence d'une racine crustale ce qui permet à la lithosphère continentale d'exercer la même pression en tout point sur l'asthénosphère. On souhaite vérifier cette hypothèse. (remarque: différentes épaisseurs pas à l'échelle pour simplifier les schémas)

Rappel: ρ cc = $2{,}7.10^3$ kg/ m^3 (masse volumique de la croûte continentale)

ρ Ma = $3{,}3.10^3$ kg/ m^3 (masse volumique du manteau)

<u>1er cas: Croûte continentale sans relief (pas de chaîne de montagne)</u>



Considérons une colonne de roche de surface carrée S de dimension 1 km x 1km.

La croûte continentale a une épaisseur de 30 km

Le manteau lithosphérique a une épaisseur de 70 km

1°) Calculer la masse de cette croûte continentale (en kg)

2°) Calculer la masse du manteau lithosphérique

3°) Calculer la masse totale m_1 de la lithosphère continentale.

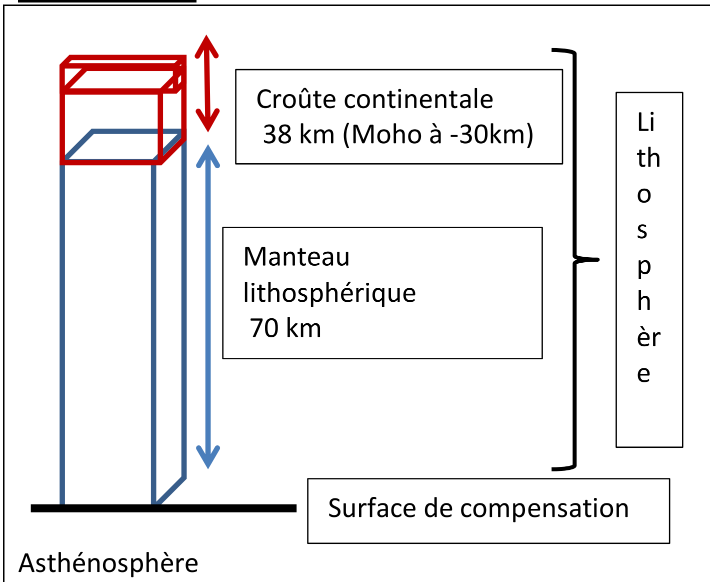
(Considérons P_1, la pression exercée par cette colonne de roche sur une surface S d'asthénosphère avec Pression = Poids/S = mg/S).

4°) Calculer la masse volumique de la lithosphère continentale

Conclusion: cette lithosphère peut-elle "flotter" sur l'asthénosphère? Justifier.

Rappel: Pression = Poids/g = m/g

<u>2ème cas: Croûte continentale avec relief (chaîne de montagne de 8 km d'altitude au point culminant) mais sans racine crustale</u>



Considérons une colonne de roche de surface carrée de dimension 1 km x 1km.

La croûte continentale a donc ici une épaisseur de 30 km + 8km de relief

Le manteau lithosphérique a une épaisseur de 70 km

1°) Calculer la masse de cette croûte continentale (en kg)

2°) Calculer la masse du manteau lithosphérique

3°) Calculer la masse m_2 totale de la lithosphère continentale

4°) Soit P2, la pression exercée par cette colonne de lithosphère sur une surface S de l'asthénosphère. Comparer avec le cas 1. Pourquoi ce calcul ne valide-t-il pas le modèle de Airy?

5°) Calculer la masse volumique de la lithosphère continentale dans ce cas. Cette lithosphère peut-elle "flotter" sur l'asthénosphère? Justifiez.

<u>3ème cas: Croûte continentale avec relief (chaîne de montagne de 8 km d'altitude au point culminant) mais avec racine crustale</u>

1°) Calculer la hauteur x de la racine crustale pour qu'une colonne de lithosphère continentale de surface S exerce une pression P1 comme dans le 1er cas (ce qui répond au modèle de Airy). Pour cela, il faut que la masse m_3 de cette colonne de lithosphère soit égale à m_1 calculée dans le 1er cas (sans relief). Dessiner le schéma correspondant pour vous aider. (Vous devez donc résoudre une équation du 1er degré, cool non?)

2°) A quelle profondeur se trouve alors le Moho?

3°) Calculer alors la masse volumique de cette colonne de lithosphère continentale. Et donc, "flotte"-t-elle aussi sur l'asthénosphère?

4°) Calculer ensuite la masse totale de la racine crustale et du manteau lithosphérique et comparer avec la masse d'un manteau lithosphérique de 70 km d'épaisseur (cas 1). Que constatez-vous? Mettre en relation avec la notion de déficit de masse sous les continents lorsqu'il y a un relief. A-t-on vérifié par le calcul cette hypothèse? Justifiez

Correction (isostasie chap1):

<u>1er cas: Croûte continentale sans relief (pas de chaîne de montagne)</u>

On rappelle que $\rho = m/V$ donc $m = \rho.V$

1°) Masse m_{cc} d'une colonne de croûte continentale de surface 1km^2 et de hauteur 30 km soit Vcc = 30 km^3

$m_{cc} = \rho_{cc}.V_{cc}$ avec $\rho_{cc} = 2{,}7.10^3$ kg/ m^3 et $V_{cc} = 30 \times 1 = 30$ km^3 soit 30.10^9 m^3

donc $m_{cc} = 2{,}7 \times 30 \times 10^{12}$ kg soit 81.10^{12} kg

2°) Masse m_{ML} d'une colonne de manteau lithosphérique de surface 1km^2 et de hauteur 70 km soit $V_{ML} = 70$ km^3

$m_{ML} = \rho_{ML}.V_{ML}$ avec $\rho_{ML} = 3{,}3.10^3$ kg/ m^3 et $V_{ML} = 70 \times 1 = 70$ km^3 soit 70.10^9 m^3

donc $m_{ML} = 3{,}3 \times 70 \times 10^{12}$ kg soit 231.10^{12} kg

3°) Masse de la colonne de lithosphère continentale m_{1LC}

$m_{1LC} = m_{cc} + m_{ML} = 81.10^{12} + 231.10^{12} = 312.10^{12}$ kg

4°) Masse volumique de la colonne de lithosphère continentale de surface 1 km^2 et de hauteur 100 km.

$\rho_{LC} = m_{LC} / V_{LC}$ avec $V_{LC} = 100.10^9$ m^3 donc $\rho_{LC} = 312.10^{12} / 100.10^9 = 3{,}12.10^3$ kg/m^3

La masse volumique de la lithosphère continentale est inférieure à celle de l'asthénosphère sous-jacente qui est de $3{,}3.10^3$kg/m^3. Par conséquent, cette lithosphère continentale "flotte" sur l'asthénosphère.

<u>2ème cas: Croûte continentale avec relief (chaîne de montagne de 8 km d'altitude au point culminant) mais sans racine crustale</u>

1°) Masse m_{cc} d'une colonne de croûte continentale de surface 1km^2 et de hauteur 38 km soit Vcc = 38 km^3

$m_{cc} = \rho_{cc}.V_{cc}$ avec $\rho_{cc} = 2{,}7.10^3$ kg/ m^3 et $V_{cc} = 38 \times 1 = 38$ km^3 soit 38.10^9 m^3

donc $m_{cc} = 2{,}7 \times 38 \times 10^{12}$ kg soit $102{,}6.10^{12}$ kg

2°) Masse $m_{ML} = 231.10^{12}$ kg (voir 1er cas)

3°) Masse de la colonne de lithosphère continentale $m_{2LC} = m_{cc} + m_{ML} = 102{,}6.10^{12} + 231.10^{12} = 333{,}6.10^{12}$ kg

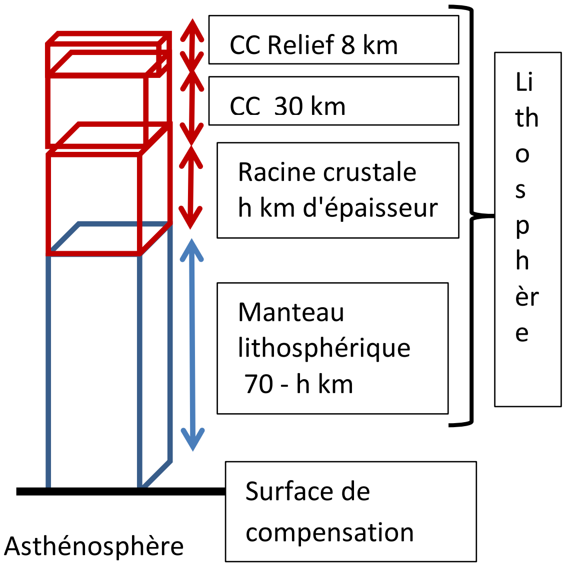
4°) La pression P2 exercée par cette colonne de lithosphère continentale est supérieure à P1 car sa masse est plus élevée. Par conséquent, sans racine crustale, le calcul montre que le modèle de Airy n'est pas validée.

5°) Masse volumique de la colonne de lithosphère continentale de surface 1 km^2 et de hauteur 108 km.

$\rho_{LC} = m_{LC} / V_{LC}$ avec $V_{LC} = 108.10^9$ m^3 donc $\rho_{LC} = 333{,}6.10^{12} / 108.10^9 = 3{,}08.10^3$ kg/m^3

La masse volumique de la lithosphère continentale est inférieure à celle de l'asthénosphère sous-jacente qui est de $3{,}3.10^3$kg/m^3. Par conséquent, cette lithosphère continentale "flotte" sur l'asthénosphère.

<u>3ème cas: Croûte continentale avec relief (chaîne de montagne de 8 km d'altitude au point culminant) mais avec racine crustale h inconnue (hauteur pas à l'échelle!)</u>



1°) Masse m_{cc} de la croûte continentale avec relief:

$m_{cc} = \rho_{cc}.V_{cc} \Rightarrow m_{cc} = 2{,}7 \times 38 \times 10^{12} = 102{,}6.10^{12}$ kg

Masse de la racine crustale: $m_{rc} = 2{,}7 \times h \times 10^{12}$

Masse m_{ML} du manteau lithosphérique $m_{ML} = 3{,}3 \times (70 - h) \times 10^{12}$

Masse de la colonne de lithosphère continentale m_{3LC}

$m_{3LC} = m_{cc} + m_{rc} + m_{ML} = (102{,}6 + 2{,}7h + 231 - 3{,}3h) \times 10^{12}$

$= (333{,}6 - 0{,}6\,h) \times 10^{12}$

Principe de l'isostasie: $m_{3LC} = m_{1LC} = 312.10^{12}$ kg $\Leftrightarrow$

$333{,}6 - 0{,}6\,h = 312 \Leftrightarrow h = 36$ km

2°) Le Moho est situé à 66 km de profondeur

3°) Masse volumique de la colonne de lithosphère continentale

$\rho_{LC} = m_{LC} / V_{LC}$ avec $m_{LC} = m_{cc} + m_{ML} = [(2{,}7 \times 74) + (3{,}3 \times 34)]10^{12}$

$\rho_{LC} = 312\,.10^{12} / 108.10^9 = 2{,}88.10^3$ kg/m^3 => flotte sur l'asthénosphère car < $3{,}3.10^3$ kg/m^3

4°) Masse totale de la racine crustale m_{rc} de 36 km et du manteau lithosphérique m_{LC} de 70 - 36 = 34 km

$(2{,}7 \times 36 \times 10^{12}) + (3{,}3 \times 34 \times 10^{12}) = 209{,}4.\,10^{12}$ kg

Alors que sans racine crustale (cas 2), la masse de cette colonne de 70 km d'épaisseur serait de 231.10^{12} kg.

On observe donc un déficit de masse de

$(231 - 209{,}4).10^{12}$ soit $21{,}6.10^{12}$ kg

Le calcul vérifie l'hypothèse selon laquelle l'excès de masse en surface au niveau des reliefs est compensé en profondeur par un déficit de masse lié à la présence d'une racine crustale ce qui permet à la lithosphère continentale de rester en équilibre isostatique sur l'asthénosphère.